



MEDIÇÃO DE VOLUME E DE MASSA ESPECÍFICA COM UM SISTEMA DE PESAGEM HIDROSTÁTICA DE SIMPLES CONSTRUÇÃO

Valter Yoshihiko Aibe ¹, Estela Cristina C. de Farias ²

¹ Inmetro, Duque de Caxias - RJ, Brasil, vyaibe@inmetro.gov.br

² Inmetro, Duque de Caxias - RJ, Brasil, ecfarias@inmetro.gov.br

Resumo: Foi montado um sistema simples de pesagem hidrostática para as medições de volume de um corpo sólido e de massa específica de sólidos e líquidos. A água pura foi usada como material de referência de massa específica para a medição de volume de um poliedro construído em vidro. Com o volume do sólido calibrado, mediu-se a massa específica de diferentes líquidos. Embora seja um sistema fácil montagem, apresentou capacidade de resolução melhor que o densímetro digital de resolução 0,00001 g/cm³.

Palavras chave: pesagem hidrostática, volume de sólidos, massa específica, densidade.

1. INTRODUÇÃO

Um sistema de pesagem hidrostática para medição de massa específica de líquidos foi desenvolvido na Divisão de Metrologia em Dinâmica de Fluidos (Dinam), que pertence à Diretoria de Metrologia Científica e Industrial (Dimci), para medições de volume e de massa específica. Estas grandezas são importantes para calibrações de densímetros digitais, medidas materializadas de volume e medidores de vazão.

O sistema hidrostático é um método baseado no princípio de Arquimedes. Por pesagem hidrostática pode-se medir a massa específica e o volume de sólidos e a massa específica de líquidos.

A proposta deste trabalho é a apresentação de um sistema de simples construção sem grande necessidade de recursos financeiros, com exceção da balança, e com bom desempenho.

O sistema é operado manualmente e possui aplicações flexíveis para medir tanto o volume de sólidos quanto a massa específica de líquidos e corpos sólidos.

2. METODOLOGIA

Um poliedro de vidro, padrão de volume, foi calibrado em volume pelo método de pesagem hidrostática utilizando-se como referência a massa específica da água destilada por osmose reversa, grau 1 segundo a norma ISO-3696 [9], considerada neste trabalho como água pura. O poliedro de vidro foi utilizado como padrão para a

medição da massa específica de uma amostra de água filtrada (elemento filtrante com mesh de 1µm) e deionizada (coluna de deionização por troca iônica), grau 3, considerada neste trabalho como água deionizada, e de uma amostra de óleo mineral, usando o mesmo sistema de pesagem hidrostática.

O sistema de pesagem hidrostática é composto por:

- Sensor de temperatura, resolução de 0,001°C.
- Balança com capacidade de 610g e resolução de 0,1mg.
- Estação meteorológica com sensor de temperatura (resolução de 0,1 °C), sensor de umidade (resolução 1%) e sensor de pressão atmosférica (resolução 1hPa).
- Estrutura de concreto.
- Banho temostático.
- Poliedro de vidro com massa real de 487,9877 g.
- Carro pantográfico como base para o banho temostático.
- Cuba com o líquido de medição ou referência.
- Dispositivos para pesagem e manipulação (fio, suporte, contrapeso e hastes para manipulação).

2.1. Procedimento para medição do volume e da massa específica do poliedro

O procedimento de medição do volume foi o seguinte:

- a) os dispositivos de pesagem são imersos no líquido (o contrapeso deve ter a mesma massa e volume do suporte do poliedro);
- b) o poliedro preso ao suporte é imerso no líquido para estabilização da temperatura;
- c) a balança é tarada com o dispositivo de pesagem imerso no líquido (figura 1);
- d) remove-se o contrapeso do fio e pendura-se o poliedro no fio pelo suporte (figura 2);
- e) registra-se a massa aparente (M_{a2}) (valor indicado na balança)
- f) remove-se o poliedro e pendura-se o contrapeso e registra-se qualquer mudança no valor de tara.

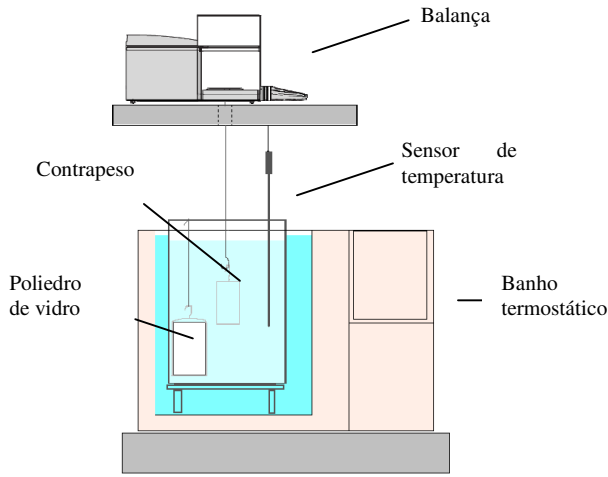


Fig. 1. Esquema de pesagem no momento da tara

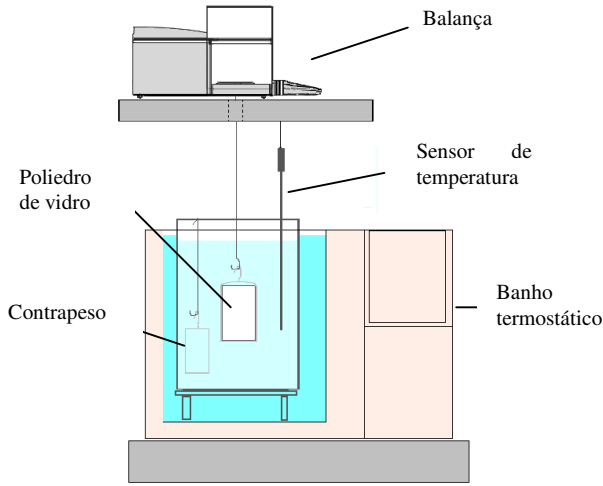


Fig. 2. Esquema de pesagem no momento da pesagem do poliedro

2.2. Determinação da massa específica da água pura

A equação de Tanaka [2] recomendada pelo BIPM/CIPM foi utilizada para calcular a massa específica da água pura, utilizada para calibrar o poliedro.

Equação de Tanaka:

$$\rho_L(T_L) = a_5 \cdot \left[1 - \frac{(T_L + a_1)^2 \cdot (T_L + a_2)}{a_3 \cdot (T_L + a_4)} \right] + \delta\rho_w \quad (1)$$

Onde:

ρ_L é a massa específica da água pura na temperatura T_L ;

T_L é a temperatura da água [°C];

a_1 is -3,983 035 °C;

a_2 is 301,797 °C;

a_3 is 522 528,9 °C;

a_4 is 69,34881 °C;

a_5 is 999,974 950 kg · m⁻³;

$\delta\rho_w$ é 0,00001 g/cm³, é o erro devido à impurezas (este termo não faz parte da equação original).

2.3. Modelo matemático para cálculo do volume do poliedro de vidro e massa específica

O volume do poliedro pode ser determinado usando-se a massa específica da água pura como referência através da equação (2) [7].

$$V_P = \frac{M_{a1} - M_{a2}}{(\rho_L(T_L) - \rho_A)} \cdot \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_b} \right) \cdot (1 + \alpha_p \cdot (T_R - T_L)) + \delta V_w + \delta V_s + \delta V_r$$

(2)

Onde:

V_P é o volume do poliedro medido na temperatura de referência " T_r " [cm³]

M_{a1} é a massa aparente do poliedro medido no ar [g]

M_{a2} é a massa aparente do poliedro imerso no líquido [g]

$\rho_L(T_L)$ é a massa específica do líquido durante as medições de M_L na temperatura " T_L " [g cm⁻³]

ρ_A massa específica do ar no momento da pesagem do poliedro no ar [g cm⁻³]

ρ_a massa específica do ar no momento da calibração da balança [g cm⁻³]

ρ_b é a massa específica dos pesos padrão usados na calibração da balança [g cm⁻³]

α_p é o coeficiente volumétrico de expansão térmica do poliedro [°C⁻¹]

T_L é a temperatura do líquido durante a medição do poliedro [°C]

T_R é a temperatura de referência do poliedro [°C]

δV é o erro devido à repetitividade/reprodutibilidade [cm³]

δV_s é o erro devido à diferença de volume entre o suporte do poliedro e o contrapeso [cm³]

δV_w é o erro devido à variação da força aplicada no fio causada pela tensão superficial e empuxo do líquido no fio [cm³]

Observação 1: Massa aparente = massa indicada pela balança + correção da indicação da balança (obtida no certificado de calibração).

Observação 2: Este modelo considera desprezível a variação de volume do poliedro devido à diferença de temperatura no momento da pesagem no ar e imerso.

A massa específica do poliedro na temperatura de referência é calculada com a seguinte equação baseada na OIML 111-1 [1]:

$$\rho_P(T_L) = \frac{M_{a1} \cdot \rho_L - (M_{a2} + \delta M) \cdot \rho_a}{M_{a1} - (M_{a2} + \delta M)} + \delta\rho_r$$

$$\rho_P(T_r) = \rho_i(T_L) + \beta_p \cdot (T_r - T_L) \quad (3)$$

Onde:

ρ_p é a massa específica do poliedro [g cm⁻³]
 M_{a1} é a massa aparente do poliedro no ar [g]
 M_{a2} é a massa aparente do poliedro imerso no líquido [g]
 ρ_L massa específica do líquido [g cm⁻³]
 ρ_a massa específica do ar [g cm⁻³]
 $\delta\rho_r$ erro devido à variação aleatória [g cm⁻³]
 δM erro na indicação da balança devido à variação das massas aparentes do suporte e contrapeso no líquido e à variação da força no fio [g cm⁻³]
 β_p taxa de variação de massa específica do poliedro devido à temperatura [g cm⁻³]

2.4. Modelo matemático para cálculo da massa específica do líquido

Com o volume do poliedro determinado, a massa específica “ ρ_L ” de líquidos pode ser medida e calculada com a equação (4).

$$\rho_L(T) = \frac{M_r - M_{a2} \cdot \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_b}\right)}{V \cdot (1 + \alpha_p \cdot (T_L - T_r))} + \beta_L \cdot (T - T_L) + \delta\rho_r + \delta\rho_s + \delta\rho_w$$

(4)

Onde:

ρ_L é massa específica do líquido na temperatura “ T_L ” [g cm⁻³]

M_r massa real do poliedro [g] [1]

M_{a2} é a massa aparente do poliedro imerso no líquido [g]

ρ_a é massa específica do ar durante a calibração da balança [g cm⁻³]

ρ_b é a massa específica dos pesos padrão usados na calibração da balança [g cm⁻³]

V volume do poliedro na temperatura de referência T_r [cm³]

α_p coeficiente volumétrico de expansão térmica do poliedro [°C⁻¹]

T_L temperatura medida no líquido [°C]

T_r temperatura de referência do poliedro [°C]

β_L taxa de variação de massa específica do líquido devido à temperatura [g cm⁻³]

$\delta\rho_r$ é o erro devido à repetitividade e reprodutibilidade na medição da massa específica do líquido [g cm⁻³]

$\delta\rho_s$ é o erro devido à diferença no volume entre o suporte e o contrapeso [g cm⁻³]

$\delta\rho_w$ é o erro devido à variação da força aplicada no fio causada pela tensão superficial e empuxo do líquido no fio [cm³]

3. RESULTADOS

3.1 Determinação da massa específica e do volume do poliedro de vidro

Na determinação da massa específica do poliedro de vidro foram obtidos os seguintes resultados (tabela 1):

Tabela 1: Resultado da medição da massa específica do poliedro.

Massa específica medida (20°C) g/cm ³	Incerteza expandida g/cm ³	Fator de abrang. k	Incert. exp. relativa %
2,512415	0,000031	2,0000	0,0013%

As principais fontes de incerteza foram: 28,0% ($\delta\rho_w$ erro devido a impureza da água); 12,2% (ΔT erro devido à oscilação e ao gradiente de temperatura na água); 5,8% (T temperatura da água).

Na medição do volume do poliedro foram obtidos os seguintes resultados (tabela 2):

Tabela 2: Resultado da medição do volume do poliedro de vidro

Volume calculado cm ³	Incerteza expandida cm ³	Fator de abrang. k	Incert. exp. relativa %
194,2302	0,0029	2,000	0,0015%

As principais fontes de incerteza foram: 24,8% ($\delta\rho_w$ erro devido a impureza da água); 11,8% (ΔT erro devido à oscilação e ao gradiente de temperatura na água), 14,6% (δV_r erro devido a repetitividade e reprodutibilidade); 5,2% (T_L temperatura da água medida com termômetro).

3.2 Determinação da massa específica de líquidos

Foram feitas medições da massa específica da água deionizada na temperatura de 20°C com o sistema de pesagem hidrostática (figuras 3 e 4).

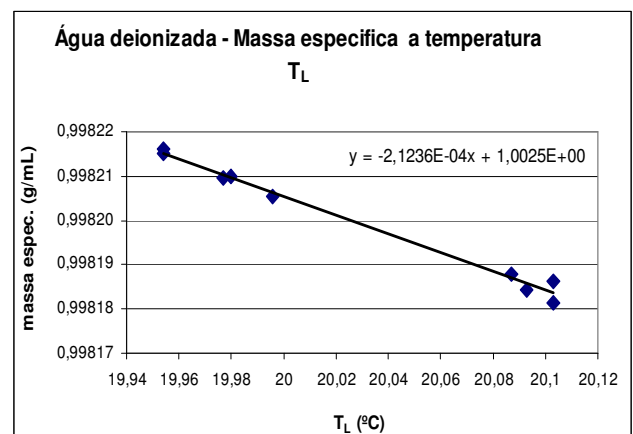


Figura 3: Gráfico da medição da massa específica da água deionizada em diferentes temperaturas por pesagem hidrostática.

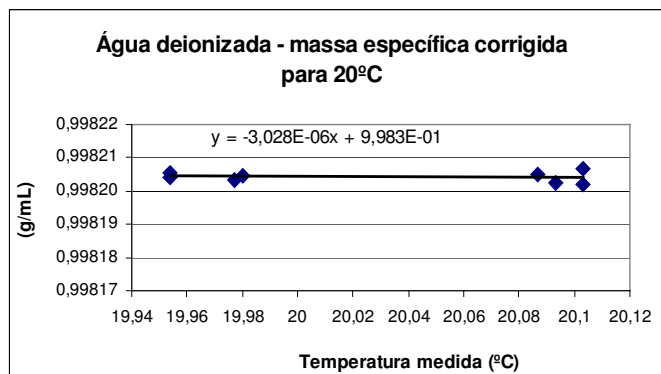


Figura 4: Gráfico da medição da massa específica da água deionizada corrigida para 20°C por pesagem hidrostática.

A massa específica da água foi corrigida para 20°C utilizando-se a taxa de variação térmica da massa específica da água ($0,0002\text{ g cm}^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$). Obteve-se valor $0,998202\text{ g/cm}^3 \pm 0,000019\text{ g/cm}^3$. A massa específica à mesma temperatura segundo a equação de Tanaka [2] é $0,9982074\text{ g/cm}^3$. A diferença entre os dois valores ($0,0000054\text{ g/cm}^3$) é cinco vezes menor que a incerteza expandida. Portanto, a incerteza devido a impureza da água ($0,00001\text{ g/cm}^3$) cobre tranquilamente a diferença.

Tabela 3: Resultado da medição da massa específica da água deionizada por pesagem hidrostática.

Massa específica medida (20°C) g/cm ³	Incerteza expandida g/cm ³	Fator de abrang. k	Incert. exp. relativa %
0,998202	0,000019	2,000	0,0019%

Foram feitas seis medições da massa específica da água pura e da água deionizada com densímetro digital (resolução $0,00001\text{ g/cm}^3$), nas temperaturas de 18,00°C, 20,00°C e 22,00°C, conforme tabela a seguir:

Tabela 4: Resultado da medição da massa específica da água pura e da água deionizada com densímetro digital

Massa específica (g/cm ³)	Temperatura		
	18°C	20°C	22°C
Média (água pura)	0,998598	0,998207	0,997773
Desvio padrão (água pura)	0,000005	0,000005	0,000005
Média (água deionizada)	0,998598	0,998203	0,997770
Desvio padrão (água deionizada)	0,000005	0,000005	0,000005

Os resultados da tabela acima são apresentados com seis dígitos significativos, um dígito a mais do que a resolução do densímetro digital para analisar as diferenças.

Obtiveram-se resultados equivalentes de massa específica para água pura e água deionizada. Pois os desvios padrões das seis medições e as diferenças entre as médias nas três temperaturas foram menores que a resolução do densímetro.

O resultado da medição da massa específica de um óleo mineral a 20°C é apresentado abaixo (figura 5):

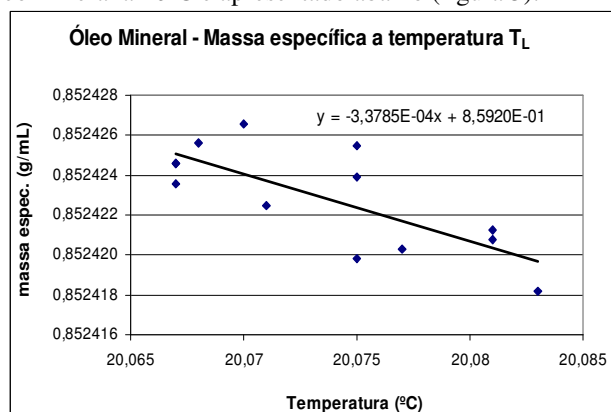


Figura 5: Gráfico da medição da massa específica da amostra de óleo mineral em diferentes temperaturas por pesagem hidrostática.

O sistema de pesagem hidrostático mostrou-se sensível a variação de $0,02^{\circ}\text{C}$ na temperatura da amostra. A massa específica foi corrigida para $20,07^{\circ}\text{C}$ obtendo-se o gráfico da figura 6, onde a dispersão é menor do que do gráfico da figura 5.

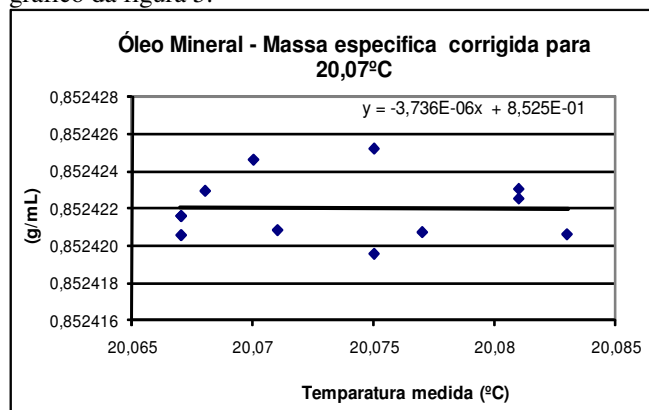


Figura 6: Gráfico da medição da massa específica da amostra de óleo mineral corrigida para 20,07°C, por pesagem hidrostática.

Tabela 5: Resultado da medição da massa específica de amostra de óleo mineral, por pesagem hidrostática.

Massa específica medida (20,07°C) g/cm ³	Incerteza expandida g/cm ³	Fator de abrang. k	Incert. exp. relativa %
0,852423	0,000018	2,000	0,0021%

As principais fontes de incerteza foram: 31,9% (V volume do poliedro); 18,1% (M_r massa real do poliedro), 17,1 (T_L temperatura do líquido).

Não foram feitas medições da massa específica do óleo mineral com densímetro digital para comparar com o sistema de pesagem hidrostática, porque a viscosidade do óleo mineral era acima da faixa de medição recomendada pelo fabricante.

4. CONCLUSÕES

O sistema de pesagem hidrostática de montagem simples é repetitivo e reprodutivo para medições de volume de sólidos e massa específica de sólidos e líquidos. A incerteza de medição foi da ordem de 0,015% para determinação do volume do poliedro e 0,0015% para medição da massa específica da amostra de óleo mineral.

A água deionizada pode ser utilizada como material de referência de massa específica considerando-se incerteza de $0,00001\text{g/cm}^3$, compatível com a tabela B.4 do ISO 4787 [10], que apresenta a massa específica da água, com grau de pureza 3, com cinco dígitos significativos. Portanto, pode ser utilizada para calibrações de medidas materializadas de volume medindo-se apenas a temperatura para determinar sua massa específica.

Os resultados das medições de massa específica de líquidos foram melhores do que normalmente consegue-se com picnômetros.

Como a incerteza da massa específica de água é a maior fonte de incerteza na calibração do volume do poliedro, seria necessário calibrar com outro método, por exemplo: comparação do volume com outro padrão de volume, com incerteza na ordem de 10^{-6}g/cm^3 , para diminuir a incerteza.

Futuros trabalhos serão as realizações de comparações com outros métodos e de comparações interlaboratoriais para medir volume de sólidos e massa específica de diferentes líquidos.

AGRADECIMENTOS

Agradecimento à Petrobras que financiou o projeto para montar a infraestrutura laboratorial do Laboratório de Líquidos da Dinam, à CNPq e Faperj que possibilitaram a contratação de bolsistas para projetos da Dinam; à equipe da Divisão de Instrumentos de Medição no Âmbito da físico-químico da Diretoria de Metrologia Legal pelo fornecimento de água purificada, à equipe do Laboratório de Massas da Divisão de Metrologia Mecânica da Diretoria de Metrologia Científica e Industrial pela troca de idéias e experiências, e à equipe da Dinam por sua cooperação na montagem da infra-estrutura do laboratório e do sistema.

REFERÊNCIAS

- [1] OIML R 111-1 Edition 2004 (E), Weights of classes E1, E2, F1, F2, M1, M1-2, M2, M2-3 and M3 – Part 1: Metrological and technical requirements.
- [2] M. Tanaka, G. Girard, R. Davis, A. Peuto and N. Bignell, *Metrologia*, 2001, 38, 301-309.
- [3] ISO GUM, 1995, 3ª Edição Brasileira: Guia para Expressão da Incerteza de Medição.
- [4] EA-4/02, 1ª Edição Brasileira: Expressão da Incerteza de Medição na Calibração.

- [6] A. Picard, R. S. Davis, M. Gläser, K. Fujii, Revised formula for the density of moist air (CIPM-2007). *Metrologia* 45(2008), p. 149-155.
- [7] Farias, E.C.C., Aibe, V.Y., Araujo, S.B., Pedagogical experience with hydrostatic weighing system, 18º Imeko World Congress –2006.
- [8] Luis O. Becerra, Luz. Ma. Centeno, Density Determination of the Water Produced at CENAM by use of Solid Density Standards, 18º Imeko World Congress –2006.
- [9] ISO 3696-1995 Water for analytical laboratory use -- Specification and test methods
- [10] ISO 4787:2010(E) Laboratory glassware – Volumetric instruments – Methods for testing of capacity and to use.