



## Obtenção de parâmetros ótimos para um modelo dinâmico *fuzzy* TSK considerando incerteza de medição nas entradas.

Raony M. Fontes<sup>1</sup>, Igor L. S. Rodrigues<sup>2</sup>, Cristiano H. Fontes<sup>3</sup>, Ricardo A. Kalid<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal da Bahia - PEI, Salvador, Brasil, [raonyfontes@gmail.com](mailto:raonyfontes@gmail.com)

<sup>2</sup> Universidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil, [igu.lobo@gmail.com](mailto:igu.lobo@gmail.com)

<sup>3</sup> Universidade Federal da Bahia - PEI, Salvador, Brasil, [cfontes@ufba.br](mailto:cfontes@ufba.br)

<sup>4</sup> Universidade Federal da Bahia - PEI, Salvador, Brasil, [kalid@ufba.br](mailto:kalid@ufba.br)

**Resumo:** Este trabalho está relacionado à área de identificação de sistemas ou identificação de modelos empíricos. Mais especificamente, relacionado ao estudo e análise de estruturas de modelo baseado em lógica *fuzzy* que viabilizem a inclusão explícita da incerteza de medição de variáveis do processo, através da PDF da variável, diretamente no escopo do problema de identificação. O objetivo compreende a utilização de sistemas de inferência *fuzzy* com a inclusão de variáveis de entrada na forma “*non-singleton*”, viabilizada através da transformação de distribuição de probabilidade em distribuição de possibilidade. A metodologia se aplica à identificação de modelos dinâmicos a partir de dados de processos de produção sujeitos a incerteza de medição. O desempenho do modelo obtido foi satisfatório representando bem o comportamento do processo. A estrutura de identificação proposta é também capaz de prever a incerteza dinâmica da variável de saída.

**Palavras chave:** Identificação de modelo dinâmico, modelo *Fuzzy*, Incerteza de medição.

### 1. INTRODUÇÃO

Modelos de processos podem ser obtidos de duas vias. Uma delas é a modelagem fenomenológica (caixa branca) e a outra é a modelagem empírica que tem-se estabelecido como uma importante alternativa na caracterização da relação entre as múltiplas variáveis (entradas e saídas) [1] principalmente em processos notadamente complexos. Os modelos empíricos são obtidos através de técnicas de estimação de parâmetros que utilizam dados de entradas e saída e modelos matemáticos sem conotação fenomenológica (caixa preta). Em ambos os casos, modelos caixa branca ou caixa preta, ou modelos intermediários entre esses, as relações entre as entradas e a saída são expressas por estruturas de modelo padrões e o conhecimento a priori sobre do sistema é sempre uma valiosa ferramenta [2].

Como alternativa a ultrapassar os limites inerentes as estruturas clássicas de identificação, tem-se as chamadas técnicas de identificação inspiradas em sistemas biológicos e inteligência humana e fazem uso de linguagem natural, regras, redes semânticas ou modelos qualitativos capazes de representar a heurística das relações existentes [3]. Neste

contexto destaca-se a identificação com estruturas de modelos baseadas em redes neurais artificiais e lógica *fuzzy*.

A identificação de sistemas por redes neurais com incerteza nos dados tem tido várias aplicações teóricas e práticas destacadas em [4]. As redes neurais tentam emular o funcionamento do cérebro humano e possuem capacidade preditiva conforme o arranjo topológico adotado. No entanto esta técnica apresenta como problema a falta de transparência, ou seja, a informação não é facilmente interpretável de forma qualitativa e o conhecimento prévio do processo a ser identificado não é facilmente incluído na etapa de identificação do modelo.

A lógica *fuzzy* oferece uma outra alternativa de estrutura para a identificação de modelos [5-7, 3]. Um sistema de inferência *fuzzy* baseia-se em geral no conhecimento heurístico, expresso através de regras, e permite a modelagem e a representação das características de um determinado sistema por meio de conjuntos (conjuntos *fuzzy*) e regras [8].

Como a presença de incertezas em variáveis de processo é inevitável, modificações em algoritmos de identificação de modelos tem sido motivo de estudo para incorporar essas incertezas na formulação do problema - identificação robusta. Kumar et. al, (2004), Vargas e Hemery (2007) mostram propostas para uma modelagem robusta em lógica *fuzzy* e redes neurais, respectivamente, acrescentando diretamente o vetor de ruídos, compondo o vetor de entradas.

Trabalhos como Mauris et al. (2001), Urbanski e Wasowski, (2008), Tan, (2008) foram desenvolvidos com o objetivo de utilizar conjuntos *fuzzy* como alternativa para expressar a incerteza do mensurando, pois a construção dos conjuntos de pertinência podem usar informações qualitativas do sistema, possibilitando a criação de regras a partir de informações fornecidas por especialistas.

Frente a este cenário, este trabalho propõe uma metodologia de identificação de modelo dinâmico baseado em uma estrutura de inferência *fuzzy*, tipo TSK - “Takagi-Sugeno-Kanghi” [12], que considera explicitamente o modelo de incerteza das variáveis de entrada, ao invés da inserção de ruído branco, contemplando-se, inclusive, a propagação dessas incertezas para a variável de saída.

## 2. OBJETIVO

Apresentar uma metodologia para a inserção da incerteza de medição das variáveis de processo diretamente na identificação de um modelo dinâmico fuzzy do tipo TSK.

## 3. MÉTODOS

A metodologia está dividida nas seguintes etapas:

### 3.1. Definição da estrutura fuzzy

A identificação fuzzy está dividida em dois sistemas, Madani e Takagi-Sugeno (TSK) [13]. Ambas as estruturas são formadas por regras do tipo SE-ENTÃO onde os antecedentes são formados por variáveis lingüísticas conectadas por “E” ou “OU”. A diferença entre as metodologias se encontra no conseqüente e, neste sentido, a estrutura TSK considera a inserção de uma função matemática (saída em função das entradas) no conseqüente de cada regra.

$$R^i: \text{SE } \tilde{x}_1 \text{ é } F_1^i \text{ E } \dots \text{ SE } \tilde{x}_j \text{ é } F_j^i, \quad (1)$$

$$\text{ENTÃO } y^i = f(\tilde{\mathbf{x}}) |^{i=1,2,\dots,r}$$

onde  $i$  representa a regra ( $i = 1, 2, \dots, r$ ) e  $j$  o número de variáveis de entrada do modelo,  $\tilde{x}_j$  a variável de entrada em forma de conjunto fuzzy “singleton” ou “non-singleton”,  $F_j^i$  é o conjunto fuzzy o qual  $\tilde{x}_j$  pertence com um certo nível de pertinência  $u_{F_j^i}(\tilde{x}_j): R \rightarrow [0,1]$ ,  $y^i$  é o valor da variável de saída do modelo para a regra  $i$  e  $f(\tilde{\mathbf{x}})$  a função em cada conseqüente.

No caso em estudo, com base na estrutura padrão de fuzzy TSK para identificação de modelo dinâmico a função adotada no conseqüente é do tipo NARX (Nonlinear AutoRegressive with exogenous inputs) tendo-se uma relação não linear entre entradas e saídas passadas e predita. Genericamente a estrutura é representada pela eq.(2):

$$R^i: \text{SE } \hat{y}(k) \text{ é } A_1^i \text{ E } \dots \text{ E } \hat{y}(k - n_y + 1) \text{ é } A_{n_y}^i$$

$$\text{E } u_1(k - \theta_{u_1}) \text{ é } B_1^i \text{ E } \dots \text{ E } u_1(k - \theta_{u_1} - n_{u_1} + 1) \text{ é } B_{n_{u_1}}^i \dots$$

$$\text{E } u_j(k - \theta_{u_j}) \text{ é } B_1^i \text{ E } \dots \text{ E } u_j(k - \theta_{u_j} - n_{u_j} + 1) \text{ é } B_{n_{u_j}}^i$$

$$\text{Então } \hat{y}^i(k+1) = \sum_{m=1}^{n_y} a_{i,m} \cdot \hat{y}(k-m+1) + \sum_{l=1}^{n_{u_1}} b_{i,l} \cdot u_1(k - \theta_{u_1} - l + 1) \dots + \sum_{o=1}^{n_{u_j}} b_{i,o} \cdot u_j(k - \theta_{u_j} - o + 1) + c_i \quad (2)$$

onde,  $n_y$  e  $n_{u_j}$  representam a ordem do modelo, ou seja, número inteiro de valores passados para a saída e cada entrada  $j$ , respectivamente.  $\theta_{u_j}$  é o tempo morto da saída em

relação a entrada  $j$ .  $a_i$ ,  $b_{ij}$ , e  $c_i$ , são os parâmetros dos conseqüentes.  $k$  representa o instante de medição.  $A_{n_y}^i$ ,  $B_{n_{u_j}}^i$ , representam os conjuntos fuzzy, do Tipo 1 para as saídas passadas e para as entradas, respectivamente.  $u_j$  e  $\hat{y}$  são as entradas do modelo alimentadas na forma non-singleton, ou seja, alimentadas na forma de conjuntos fuzzy gerados diretamente das funções de densidade de probabilidade que descrevem a incerteza de medição de cada uma destas variáveis.

Para cada regra  $i$  calcula-se o firing-level, ou grau de ativação usando uma t-norma ( $*$ ) (para o uso de conectivos “E” em todo o antecedente), geralmente produto ou mínimo, entre os graus de pertinência do antecedente:

$$h^i(\tilde{\mathbf{x}}) = u_{F_1^i}(\tilde{x}_1) * u_{F_2^i}(\tilde{x}_2) * \dots * u_{F_j^i}(\tilde{x}_j) \quad (3)$$

O valor predito para a variável de saída um instante de tempo a frente  $\hat{y}(k+1)$  é dado por:

$$\hat{y}(k+1) = \frac{\sum_{i=1}^r (h^i(\tilde{\mathbf{x}}(k)) \cdot \hat{y}^i(k+1))}{\sum_{i=1}^r h^i(\tilde{\mathbf{x}}(k))} \quad (4)$$

onde,  $h^i$  é o nível de ativação (firing-level) da regra  $i$ ,  $\hat{y}^i(k+1)$  é a saída estimada para cada regra na forma non-singleton no instante  $k+1$ . A saída estimada  $\hat{y}(k+1)$  será obtida na forma non-singleton, ou seja, na forma de um conjunto fuzzy (ou distribuição de possibilidade). O vetor  $\tilde{\mathbf{x}}(k)$  (vetor das entradas) é genericamente dado por:

$$\tilde{\mathbf{x}}(k) \equiv [\hat{y}(k), \dots, \hat{y}(k - n_y + 1), \dots, u_1(k - \theta_{u_1}), \dots, u_1(k - \theta_{u_1} - n_{u_1} + 1), \dots, u_j(k - \theta_{u_j}), \dots, u_j(k - \theta_{u_j} - n_{u_j} + 1)] \quad (5)$$

Este tipo de estrutura apresentado pela eq. (1)(2), representa uma estrutura de modelagem MISO (Multiple Inputs and Single Output) sendo capaz de prever a incerteza da variável de saída uma vez que a distribuição de possibilidade predita pelo modelo pode ser, a cada instante, convertida em função de densidade de probabilidade.

### 3.2 Estimativa inicial dos parâmetros

Visando uma estimativa inicial de parâmetros consistente e com menor grau de arbitrariedade, considerou-se inicialmente que todas as entradas são do tipo singleton o que implica em uma saída do mesmo tipo. Ao mesmo tempo, foi adotada uma estratégia de identificação um passo a frente (e não de múltiplos passos a frente) de tal forma que, para este caso, usando-se o conjunto de dados disponíveis, existe uma solução analítica para o conjunto ótimo de parâmetros [13].

$$[\mathbf{G}^T \mathbf{G}] \mathbf{P} = \mathbf{G}^T \mathbf{y}_{\text{treinamento}} \quad (6)$$

onde,  $\mathbf{P}$  é o vetor contendo parâmetros,  $\mathbf{y}_{\text{treinamento}}$  é o vetor contendo os valores da variável de saída e  $\mathbf{G}$  é uma matriz composta por elementos do tipo:

$$g_j^i = \frac{h^i(\tilde{\mathbf{x}}) \cdot \tilde{\mathbf{x}}(j)}{\sum_{i=1}^r h^i(\tilde{\mathbf{x}})} \quad (7)$$

A estratégia proposta permite a obtenção de uma estimativa inicial imediata para o conjunto de parâmetros do modelo partindo-se, em seguida, para a identificação propriamente dita.

A incerteza das entradas foi caracterizada através de conjuntos do tipo “non-singleton”. Na eq. (8) foi considerada apenas a média da variável no conseqüente da regra. Por sua vez, na obtenção do grau de ativação (firing level) foi usado todo o conjunto fuzzy.

### 3.3 Função objetivo

Na etapa de identificação, a função objetivo para a estimativa dos parâmetros finais do modelo é apresentada na eq. (8):

$$J = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left( \frac{y(k) - \hat{y}(k)}{u_c(y(k))} \right)^2 \quad (8)$$

onde  $N$  é o número de pontos usado para o treinamento (tamanho da amostra de treinamento).  $y(k)$  e  $\hat{y}(k)$ , são valores médios das saídas, real e predita, respectivamente, no instante  $k$ .  $u_c(y(k))$  é a incerteza combinada no instante  $k$ .

### 3.4 Transformação de probabilidade em possibilidade

Os dados usados para a identificação contemplam incerteza de medição inserida diretamente no modelo. Neste trabalho a caracterização do mensurando considerou os dois primeiros momentos (média e desvio padrão). Com esses parâmetros a variável pode ser representada por uma função de densidade de probabilidade (pdf) gaussiana.

Para possibilitar a inserção direta da pdf de cada variável de entrada no antecedente das regras foi usada a técnica apresentada por Mauris et al. (2001) para fazer a transformação da distribuição de probabilidade em distribuição de possibilidade (ou conjunto fuzzy, neste caso, non-singleton). Mauris et al. (2001), apresenta uma metodologia onde, conhecendo a média, o desvio padrão e a forma da pdf, unimodal e simétrica, é possível obter uma distribuição de possibilidade ou conjunto fuzzy denominada tpd (pseudo triangular possibility distribution). Nesta mesma referência também são apresentadas equações adicionais resultantes da aplicação do princípio da extensão<sup>1</sup> entre as tpd o que permite avaliar a média e o intervalo de abrangência associada à pdf equivalente à t.p.d..

Neste trabalho, o conseqüente é formado por uma função do tipo NARX onde foram usadas como variáveis de entrada os conjuntos do tipo tpd obtidos da transformação das incertezas conhecidas a cada instante de tempo. Dessa forma para cada regra vamos ter uma tpd resultante o que nos permite calcular a tpd da saída no instante  $k$  através da eq. (4). Apenas a média da tpd da saída será utilizada diretamente na função objetivo (Eq. (8)). Entretanto, vale ressaltar que a estrutura proposta é capaz de predizer a cada instante de tempo a função de densidade de probabilidade da

<sup>1</sup> De acordo com Mendel (2001), o princípio da extensão define como encontrar uma função de pertinência a partir de uma relação matemática (non-fuzzy)  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , onde  $x_i$  são conjuntos fuzzy.

variável de saída como resultado da propagação das incertezas das entradas.

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O estudo de caso utilizado foi um sistema de três tanques em série e aquecidos (Figura 1).

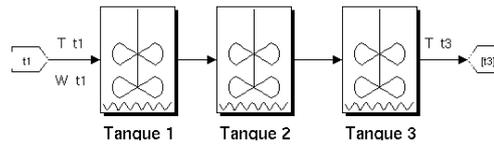


Figura 1: Processo utilizado como estudo de caso. Tanques aquecidos em arranjo em série

As variáveis medidas foram a vazão e temperatura da corrente de entrada ( $W_{t1}$  e  $T_{t1}$ ) no primeiro tanque, e a temperatura da corrente de saída no último tanque ( $T_{t3}$ ). Os dados coletados estão representados na figura 2.

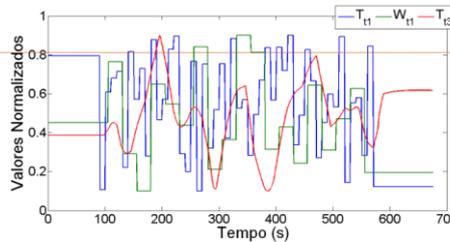


Figura 2: Dados experimentais normalizados

O modelo NARX proposto considera  $n_y = n_{u_j} = \theta_{u_j} = 1$ , portanto o conseqüente de cada regra é dado genericamente pela eq.(9):

$$\hat{T}_{t3}^i(k+1) = c_i + {}_1b_i \cdot T_{t1}(k-1) + {}_2b_i \cdot W_{t1}(k-1) + a_i \cdot \hat{T}_{t3}(k) \quad (9)$$

Na construção do sistema de inferência foi assumido que cada variável de entrada assumiria duas proposições, ou seja, as variáveis podem ser divididas em uma região alta e uma baixa (Figura 3) sendo estas definidas por conjuntos fuzzy do tipo 1 na forma de trapézios.

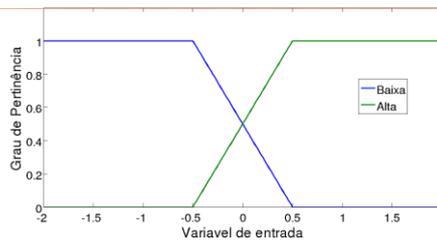


Figura 3: Proposições fuzzy definidas para as variáveis de entrada

Como o antecedente tem três variáveis e cada variável tem dois estágios (alto e baixo), para englobar todas as situações, o sistema de regras foi montado com todas as

[CF1] Comentário: FALTOU DEFINIR QUEM É uc.

[CF2] Comentário: Média e intervalo de abrangência associados à pdf equivalente à tpd ?? faltou completar .

possibilidades, ou seja, tem-se um total de  $2^3 = 8$  regras onde cada regra possui 4 constantes totalizando 32 constantes para o sistema de inferência fuzzy. A Tabela 1 apresenta o sistema de regras usadas.

Tabela 1: Sistema de regras para o sistema de inferência

$T_{13}(k-1)$	$W_{13}(k-1)$	$\hat{T}_{13}(k)$		
Baixa	Baixa	Baixa	SE	E
Alta	Baixa	Baixa		
Baixa	Alta	Baixa		
Alta	Alta	Baixa		
Baixa	Baixa	Alta		
Alta	Baixa	Alta		
Baixa	Alta	Alta		
Alta	Alta	Alta		

ENTÃO  $\hat{T}_{13}^j(k+1)$

Definido então todo o sistema fuzzy, é necessário avaliar a incerteza envolvida no processo de identificação. Então para o uso da metodologia proposta por Mauris et al, (2001) algumas simplificações foram adotadas:

- As pdf (distribuição de probabilidade) são conhecidas, constantes e simétricas, ao longo do tempo;
- A incerteza padrão combinada das variáveis de entrada também é conhecida e constante ao longo do tempo;

Para as variáveis envolvidas, a incerteza relativa combinada foi de 5% para as temperaturas e 15% para a vazão e suas respectivas pdf têm a forma de gaussianas.

Na etapa de identificação uma rotina de otimização foi utilizada tendo-se como estimativa inicial os parâmetros mostrados na tabela 2.

Os valores ótimos dos parâmetros encontrados estão apresentados na Tabela 3 para o valor da função objetivo  $J = 1.3475$ .

Tabela 2: Estimativa inicial para o algoritmo de otimização.

REGRA	$c_i$	${}_1b_i$	${}_2b_i$	$a_i$
1	0,0933	-0,1394	-0,1583	0,9977
2	0,2005	-0,0252	-0,3163	0,7893
3	0,0641	0,0472	-0,1092	1,0269
4	-0,0457	0,0531	0,0194	0,9865
5	0,0062	0,0270	-0,0120	0,9896
6	0,0718	-0,0236	-0,0832	0,9517
7	0,0028	0,0025	-0,0432	1,0224
8	0,0188	0,0335	-0,0658	0,9766

Tabela 3: Parâmetros obtido após a otimização

REGRA	$c_i$	${}_1b_i$	${}_2b_i$	$a_i$
1	0,1135	-0,2471	-0,0885	1,0004
2	0,2456	0,0007	-0,3809	0,7089
3	0,0567	0,1081	-0,1224	1,0552
4	-0,0485	0,0487	0,0375	0,9405
5	0,0004	0,0567	-0,0203	0,9908
6	0,0697	-0,0004	-0,0897	0,9304
7	-0,0077	0,0007	-0,0547	1,0277
8	0,0259	0,0385	-0,0713	0,9719

A figura 4 mostra o comportamento do modelo através de uma predição da saída na forma recorrente para a amostra de treinamento. Verifica-se que o modelo ótimo segue muito bem a tendência dos dados experimentais chegando a se sobrepor na maior parte da simulação e é possível notar que o valor experimental se encontra dentro da faixa obtida pelo modelo fuzzy. Além disso, o valor de  $R^2$  ajustado encontrado foi de 0,9781 o que confirma o bom desempenho.

Através dos conjuntos fuzzy encontrados de cada instante é necessário obter as pdfs, e para isso foi usado a metodologia apresentada em [15]. Com as pdfs em cada instante obteve-se o desvio padrão ao longo do tempo, que uma vez multiplicado pelo fator de abrangência, assumindo um nível de confiança de 90%, fornece os limites apresentado na Figura 4.

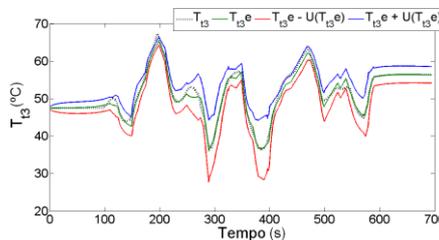


Figura 4: Valores preditos pelo modelo com predição recorrente (amostra de treinamento).

Já a Erro! Fonte de referência não encontrada. apresenta o comportamento da incerteza relativa da temperatura de descarga do tanque 3. O gráfico evidencia menores incertezas quando a variável atinge o estado estacionário e mostra picos onde as entradas sofrem alterações relativamente grandes (Figura 1), o que evidencia a natureza dinâmica da incerteza da variável de saída.

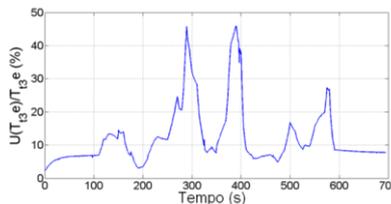


Figura 5: Comportamento da incerteza expandida relativa ao longo do tempo.

[K3] Comentário: Colocar uma legenda mais esclarecedora para as curvas

A avaliação da incerteza dinâmica ainda é um campo a ser estudado e técnicas ainda estão sendo exploradas. Como exemplo de trabalho neste tema pode-se citar Martins e Kalid, (2010), que usa a simulação Monte Carlo a cada instante para a propagação da *pdf*.

## 5. CONCLUSÃO

Este trabalho apresenta uma metodologia para a identificação de modelos dinâmicos, baseados em lógica fuzzy, de tal forma que a incerteza das grandezas de entrada seja explicitamente inserido no procedimento de identificação. A metodologia desenvolvida também propõe um procedimento para avaliar a incerteza das grandezas de saída identificadas em regime transiente.

Dada que o desenvolvimento de métodos para avaliação de incerteza dinâmica é uma fronteira científica, a comparação da metodologia proposta com outras técnicas, como simulação Monte Carlo, pode apontar para a consolidação desta estratégia como alternativa para avaliação de incerteza dinâmica com baixo custo computacional.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) e a CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelas bolsas concedidas e ao PROTEC-PEI (Grupo de Pesquisa em Tecnologia e Processo do Programa de Pós-graduação em Engenharia Industrial da UFBA) pelo apoio técnico-científico e pela cessão da infra-estrutura necessária ao desenvolvimento da pesquisa.

## REFERÊNCIAS

- [1] Ljung, L., Gustavsson, I., Soderstrom, T., “*Identification of Linear Multivariable Systems Operating Under Linear Feedback Control*”, IEEE Trans. Automatic Control, AC-19, pp. 836-840, (1974).
- [2] Paiva, R. P. P. C., “*Identificação Neuro-Difusa Aspectos de Interpretabilidade*”, Dissertação de Mestrado, Universidade de Coimbra, Coimbra, 1999.
- [3] Serra, G. L. O., Bottura, C. P., “*Métodos de variável instrumental fuzzy para identificação de sistemas*”, Revista Controle & Automação, vol.18 n.º.4, Outubro, Novembro e Dezembro, 2007.
- [4] Vargas, J. A. R., Hemerly, E. M., “*Algoritmo para identificação assintótica via APLS e sem conhecimento prévio de limitantes*”, Revista Controle & Automação, vol.18 n.º.2, Abril, Maio e Junho, 2007.
- [5] Eksin, I., Erol, O. K., “*A fuzzy identification method for nonlinear systems*”, Turk J Elec Engin, vol.8, n.º.2, ©TÜBITAK, 2000.
- [6] Meleiro, L. A. C., “*Projeto e aplicações de controladores baseados em modelos lineares, neurais e nebulosos*”, Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Dezembro, 2002.
- [7] Kumar, M., Stoll, R., Stoll, N., “*Robust solution to fuzzy identification problem with uncertain data by regularization fuzzy approximation to physical fitness with real world medical data: an application*”, Fuzzy Optimization and Decision Making, vol. 3, 63–82, 2004.
- [8] Zadeh L. A., “*Toward a theory of fuzzy systems*”, in Kalman R. E. e De Claris N., Aspects on Network and Systems Theory”, Eds. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1971.
- [9] Mauris, G., Lasserre, V. e Foulloy, L., “*A fuzzy approach for the expression of uncertainty in measurement*”, Measurement, vol 29, 165–177, 2001.
- [10] Urbanski, M. K. e Wasowski, J., “*Fuzzy measurement theory*”, Measurement vol 41, 391–402, 2008.
- [11] Tan, R. R., “*Using fuzzy numbers to propagate uncertainty in matrix-based LCP*”, Int J Life Cycle Assess, vol 13, 585–592, 2008.
- [12] T. Takagi and M. Sugeno, “*Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control*,” IEEE Transactions On Systems Man And Cybernetics, vol. 15, 1985, pp. 116-132.
- [13] Mendel, J. M., “*Uncertain Rule-based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions*”, Prentice-Hall P. T. R., London, UK 2001.
- [14] BIPM et al. “*Evaluation of measurement data - An introduction to the Guide to the expression of uncertainty in measurement and related documents*”. Joint Committee for Guides in Metrology, Bureau International des Poids et Mesures. Bureau International des Poids et Mesures. [S.l.]. 2009.
- [15] Martins, M.A.F., Kalid, R. A. Metodologia para avaliação da incerteza de medição em regime dinâmico de sistemas contínuos. In: XVIII Congresso Brasileiro de Engenharia Química. Foz do Iguaçu - PR: 2010, p. 10.