



INFLUÊNCIA DOS GRAUS DE LIBERDADE NA AVALIAÇÃO DA INCERTEZA EXPANDIDA

Camila Ramalho Almeida ¹, Márcio A. F. Martins ², Reiner Requião ³, Ricardo de Araújo Kalid ⁴

¹ Curso de Engenharia Química da Universidade Federal da Bahia (UFBA), Salvador, Brasil, camilaramalho90@gmail.com

² Programa de Pós-Graduação em Engenharia Industrial da UFBA, Salvador, Brasil, marcio.engquimica@gmail.com

³ Programa de Pós-Graduação em Engenharia Industrial da UFBA, Salvador, Brasil, reinereng@gmail.com

⁴ Programa de Pós-Graduação em Engenharia Industrial da UFBA, Salvador, Brasil, kalid@ufba.br

Resumo: São apresentados procedimentos para estimar os graus de liberdade (GL) das avaliações do Tipo B da incerteza de medição. Os resultados mostram que a prática mais frequente de considerar esses GL como infinitos não é adequada, principalmente quando uma avaliação do Tipo B da incerteza for predominante.

Palavras chave: graus de liberdade, incerteza de medição, coeficiente de contribuição.

1. INTRODUÇÃO

Na avaliação da incerteza expandida de um mensurando, através do método GUM (*Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*) [1], os graus de liberdade associados às grandezas de entrada e ao mensurando são necessários. A estimativa do fator de abrangência requer o conhecimento da probabilidade de abrangência atribuída ao mensurando, bem como seus graus de liberdade efetivos (v_{eff}), os quais são resultado da combinação dos graus de liberdade (v_i) de cada fonte de incerteza das grandezas de entrada que compõem o modelo de medição, através da fórmula de Welch-Satterthwaite [2-3].

Os graus de liberdade de incertezas obtidas através de avaliações do Tipo A são calculados a partir das observações independentes de cada grandeza. Por outro lado, a estimativa dos graus de liberdade associados às incertezas obtidas através de avaliações do Tipo B da incerteza não é tão direta, pois depende da qualidade da fonte de informação [1].

Quanto melhor for a avaliação da incerteza, maior será o seu grau de liberdade. Se o avaliador considerar que ele conhece completamente as fontes de incerteza, então os graus de liberdade seriam infinitos, porém esta situação hipotética é impossível.

A equação G3 do GUM fornece uma expressão que avalia os graus de liberdade associados às incertezas com avaliações do Tipo B quando é conhecida sua incerteza relativa. Este valor é obtido de acordo com a confiança que se tem na avaliação da incerteza. Bentley [4], a fim de tornar a avaliação dos graus de liberdade mais simples e imediata classificou as avaliações das incertezas como excelentes, boas, razoáveis ou grosseiras e atribuiu para cada uma destas, um valor de grau de liberdade. Os valores adotados

por Bentley são baseados na expressão do GUM, o que torna estes dois métodos de avaliação de graus de liberdade equivalentes.

Dois estudos de caso serão apresentados na seção 3. O primeiro é baseado num exemplo do GUM e tem como objetivo mostrar o quanto a consideração dos graus de liberdade das incertezas com avaliações do Tipo B como infinitos influencia nos resultados da incerteza expandida. O segundo estudo de caso avalia como as incertezas expandidas reagem ao se considerar as avaliações do Tipo B da incerteza de grosseiras a excelentes, de acordo com Bentley.

2. OBJETIVO

Mostrar que a consideração usual de infinitos graus de liberdade para a avaliação do Tipo B da incerteza não é adequada quando esta é predominante e apresentar formas adequadas para estimar os graus de liberdade para a avaliação do Tipo B da incerteza.

3. MÉTODO

A seguir encontram-se explicados os métodos utilizados em cada um dos estudos de caso:

3.1. Primeiro Estudo de Caso

O primeiro estudo de caso utiliza um exemplo do GUM [1, Anexo H.1]. Trata-se de uma avaliação da incerteza expandida do comprimento (l) de uma barra que depende de diversas fontes de incerteza, tais como o comprimento de um padrão (l_s), a temperatura, aqui representada através dos coeficientes de expansão térmica (α e α_s) e dos desvios na temperatura em relação à de referência (θ e θ_s). O modelo matemático do mensurando l é:

$$l = l_s + d - l_s(\delta\alpha \cdot \theta + \alpha_s \cdot \delta\theta) \quad (1)$$

em que d é a diferença de seus comprimentos, $\delta\alpha$ representa a diferença entre os coeficientes térmicos ($\alpha - \alpha_s$) e $\delta\theta$ a diferença entre as temperaturas do bloco e do padrão ($\theta - \theta_s$). Algumas das variáveis contribuem com mais de uma fonte de incerteza. Os dados fornecidos no exemplo são resumidos na Tabela 1.

A incerteza $u(\bar{d})$ é a única com avaliação do Tipo A. Os graus de liberdade para as fontes de incertezas cujos coeficientes de sensibilidade c_i foram nulos não precisaram ser informados. Estas fontes não entram nos cálculos, e por isto, não vão aparecer nas próximas seções.

Tabela 1. Dados do estudo de caso 1.

Incerteza padrão das grandezas de entrada	Valor da incerteza $u(x_i)$	c_i	Tipo	ν_i
$u(l_s)$	25 nm	1	B	18
$u(d)$	$u(\bar{d})$	1	A	24
	$u(d_1)$		B	5
	$u(d_2)$		B	8
$u(\alpha_s)$	$1,2 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}$	0	B	NA
$u(\theta)$	$u(\bar{\theta})$	0	B	NA
	$u(\Delta)$		B	NA
$u(\delta\alpha)$	$0,58 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$	$-l_s\theta$	B	50
$u(\delta\theta)$	$0,029 \text{ }^\circ\text{C}$	$-l_s\alpha_s$	B	2

Nota: NA – não avaliada; ν_i - graus de liberdade.

As incertezas combinadas $u(d)$, $u(\theta)$ e, finalmente, $u(l)$ são dadas pelas equações de 2 a 4.

$$u(d)^2 = u(\bar{d})^2 + u(d_1)^2 + u(d_2)^2 \quad (2)$$

$$u(\theta)^2 = u(\bar{\theta})^2 + u(\Delta)^2 \quad (3)$$

$$u_c(l)^2 = u(l_s)^2 + u(d)^2 + (l_s\theta)^2 u(\delta\alpha)^2 + (l_s\alpha_s)^2 u(\delta\theta)^2 \quad (4)$$

Isto porque todas as grandezas de entrada são consideradas não correlacionadas. Os graus de liberdade efetivos podem ser calculados pela fórmula de Welch-Satterthwaite (Equação (5)).

$$\nu_{\text{eff}} = \frac{u_c(l)^4}{\sum_{i=1}^N \frac{(c_i u(x_i))^4}{\nu_i}} \quad (5)$$

Para utilizar a Equação (5), as grandezas de entrada e suas incertezas padrão devem ser independentes, e além disso, tanto as grandezas de entrada como a grandeza de saída (mensurando), devem possuir distribuição gaussiana [5]. Estas hipóteses serão consideradas para ambos os estudos de caso apresentados neste artigo.

O fator de abrangência k depende de ν_{eff} e da probabilidade de abrangência (PA) desejada. Neste exemplo, utilizando $PA = 99\%$ e $\nu_{\text{eff}} = 16$, calculado pela Equação (5), encontra-se $k = 2,92$. A incerteza expandida é avaliada pela Equação (6).

$$U(l) = k \cdot u_c(l) \quad (6)$$

Aplicando o k encontrado na Equação (6), obtém-se uma incerteza expandida $U(l) = 93 \text{ nm}$.

Para as avaliações do Tipo B da incerteza, o GUM propôs a Equação (7) para estimar os graus de liberdade.

$$\nu_i = \frac{1}{2} \left[\frac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)} \right]^{-2} \quad (7)$$

em que o termo dentro dos colchetes representa a *incerteza da incerteza*. Observe que quanto maior for esse termo, menor o valor correspondente dos graus de liberdade associados à incerteza. A utilização da Equação (7) significa uma avaliação que leva em conta a qualidade da estimativa da incerteza, gerando um valor de graus de liberdade adequado.

Foram conduzidas no Matlab® variações nos valores originais adotados pelo GUM dos graus de liberdade das incertezas com avaliação do Tipo B para infinito (adotado como $1 \cdot 10^{15}$), a fim de verificar o impacto na incerteza expandida.

Foram também avaliados os coeficientes de contribuição $h(y, x_i)$ para cada fonte de incerteza X_i a fim de quantificar quais os componentes que mais contribuem para a incerteza padrão combinada, conforme apresentado no trabalho de Kessel [6]. Para o caso corrente, cujas grandezas de entrada são consideradas não correlacionadas, o coeficiente de contribuição é dado por:

$$h(y, x_i) = \left[\frac{c_i u(x_i)}{u_c(y)} \right]^2 \quad (8)$$

3.2. Segundo Estudo de Caso

O segundo estudo de caso trata-se de um mensurando (Y) em função de três grandezas de entrada, X_1 , X_2 e X_3 , que contribuem com três fontes de incerteza. A incerteza $u(x_1)$ foi obtida através de uma avaliação do Tipo A e as outras duas ($u(x_2)$ e $u(x_3)$) através de avaliações do Tipo B. O modelo de medição do mensurando Y é dado pela Equação (9).

$$Y = X_1 + X_2 + X_3 \quad (9)$$

Na Tabela 2 a seguir, encontram-se os dados do problema.

Tabela 2. Dados do estudo de caso 2.

Incerteza padrão das grandezas de entrada	Valor da incerteza $u(x_i)$ (u.m.)	c_i	Avaliação do Tipo
$u(x_1)$	10	1	A
$u(x_2)$	40	1	B
$u(x_3)$	5	1	B

Nota: u.m. representa a unidade de medida associada às grandezas de entrada do modelo de medição.

Neste caso, similarmente ao anterior, a incerteza combinada do mensurando, considerando grandezas de entrada não correlacionadas, é dada pela Equação (10).

$$u_c(y)^2 = u(x_1)^2 + u(x_2)^2 + u(x_3)^2 \quad (10)$$

Os graus de liberdade para a incerteza com avaliação do Tipo A são $\nu_{x_1} = 10$; ou seja, supõe-se 11 medições para a

grandeza X_1 . Enquanto que os graus de liberdade das incertezas obtidas através de uma avaliação do Tipo B serão variados de acordo com a Tabela 3.

Tabela 3. Graus de liberdade para diferentes qualidades da avaliação da incerteza. Fonte: Bentley [5].

Qualidade da estimativa da incerteza	ν_i
Grosseira	3
Razoável	10
Boa	30
Excelente	100

Os graus de liberdade efetivos serão novamente calculados através da Equação (5) e o fator de abrangência será encontrado para uma probabilidade de abrangência (PA) de 90%. Também para este caso, serão calculados os coeficientes de contribuição através da Equação (8).

4. RESULTADOS

4.1. Primeiro Estudo de Caso

A Tabela 4 apresenta as variações sofridas pela incerteza expandida do mensurando ao considerar os graus de liberdade das incertezas com avaliação do Tipo B como infinitos.

Tabela 4. Resultados do estudo de caso 1.

	l_s	d_1	d_2	$\delta\alpha$	$\delta\theta$	ν_{eff}	U (nm)	$\Delta U\%$
Valores originais de ν_i	18	5	8	50	2	16	93	0
Teste 1	inf	5	8	50	2	25	88	5,4
Teste 2	18	inf	8	50	2	16	93	0
Teste 3	18	5	inf	50	2	16	93	0
Teste 4	18	5	8	inf	2	16	93	0
Teste 5	18	5	8	50	inf	45	85	8,6
Teste 6	inf	inf	8	50	2	25	88	5,4
Teste 7	inf	5	inf	50	2	26	88	5,4
Teste 8	inf	5	8	inf	2	25	88	5,4
Teste 9	inf	5	8	50	inf	2914	82	12
Teste 10	18	inf	inf	50	2	16	93	0
Teste 11	18	inf	8	inf	2	16	93	0
Teste 12	18	inf	8	50	inf	45	85	8,6
Teste 13	18	5	inf	inf	2	16	93	0
Teste 14	18	5	inf	50	inf	46	85	8,6
Teste 15	18	5	8	inf	inf	45	85	8,6
Teste 16	18	inf	inf	inf	inf	46	85	8,6
Teste 17	inf	5	inf	inf	inf	10816	82	12
Teste 18	inf	inf	8	inf	inf	3378	82	12
Teste 19	inf	inf	inf	50	inf	20805	82	12
Teste 20	inf	inf	inf	inf	2	26	88	5,4
Teste 21	inf	inf	inf	inf	inf	21429	82	12

A Tabela 5 mostra os coeficientes de contribuição $h(y, x_i)^1$, calculado pela Equação (8), para cada incerteza $u(x_i)$:

Tabela 5. Coeficientes de contribuição para o estudo de caso 1.

Incerteza padrão das grandezas de entrada	Valor da incerteza $u(x_i)$	c_i	$h(y, x_i)$
$u(l_s)$	25 nm	1	0,6218 (B)
$u(d)$	$u(\bar{d})$	1	0,0335 (A)
	$u(d_1)$		0,0151 (B)
	$u(d_2)$		0,0447 (B)
$u(\alpha_s)$	$1,2 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}$	0	0
$u(\theta)$	$u(\bar{\theta})$	0	0
	$u(\Delta)$		0
$u(\delta\alpha)$	$0,58 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$	$-l_s\theta$	0,0084 (B)
$u(\delta\theta)$	$0,029 \text{ }^\circ\text{C}$	$-l_s\alpha_s$	0,2766 (B)

Nota: (A) e (B) avaliação do Tipo A e B, respectivamente.

4.2. Segundo Estudo de Caso

A Tabela 6 mostra as variações sofridas pela incerteza expandida do mensurando Y ao serem variados os graus de liberdade das suas incertezas obtidas através de uma avaliação do Tipo B.

Tabela 6. Resultados do estudo de caso 2: valores para a incerteza expandida quando variados os GL das incertezas.

Incerteza expandida (em u.m.)	Grau de liberdade de $u(x_2) = 40 \text{ u.m.}$					
	3	10	30	100	inf	
Grau de liberdade de $u(x_3) = 5 \text{ u.m.}$	3	98 (3)	75 (11)	70 (34)	69 (110)	68 (2462)
	10	98 (3)	75 (11)	70 (34)	69 (111)	68 (2800)
	30	98 (3)	75 (11)	70 (34)	69 (111)	68 (2914)
	100	98 (3)	75 (11)	70 (34)	69 (111)	68 (2957)
	inf	98 (3)	75 (11)	70 (34)	69 (111)	68 (2975)

Nota: os valores entre parênteses (ν_{eff}) são os graus de liberdade efetivos.

A Tabela 7 mostra os coeficientes de contribuição para as fontes de incerteza do segundo estudo de caso.

¹ Os coeficientes de contribuição não variam com os graus de liberdade, se mantendo constantes para cada grandeza de entrada ao longo dos testes.

Tabela 7. Coeficientes de contribuição para o estudo de caso 2.

Incerteza padrão das grandezas de entrada	Valor da incerteza $u(x_i)$ (u.m.)	c_i	Coeficientes de contribuição $h(y, x_i)$
$u(x_1)$	10	1	0,0580
$u(x_2)$	40	1	0,9275
$u(x_3)$	5	1	0,0145

5. DISCUSSÃO

5.1. Primeiro Estudo de Caso

Foram tomados como referência os valores de graus de liberdade adotados em [1], que utilizou a Equação (10) para determinar os graus de liberdade das incertezas do Tipo B, exceto quando os valores eram provenientes de certificados de calibração. Para a incerteza $u(d_2)$, por exemplo, os graus de liberdade foram obtidos da Equação (10), com uma dúvida sobre essa incerteza $\left(\frac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)}\right)$ igual a 25%, resultando em $\nu(d_2) = 8$.

Como pode ser observado na Tabela 4, variações na incerteza expandida de até 12% para menos foram obtidas ao se considerar infinitos os graus de liberdade de incertezas com avaliações do Tipo B, cujas avaliações não foram, na verdade, completamente seguras.

Nota-se que as variações nos graus de liberdade de cada grandeza de entrada afetam diferentemente os graus de liberdade efetivos e, conseqüentemente, a incerteza expandida. Algumas delas provocam variações maiores que outras. Esta *sensibilidade diferenciada* da incerteza expandida em relação a determinada grandeza de entrada depende de dois fatores: o coeficiente de contribuição e da qualidade original da avaliação da incerteza.

De acordo com a Tabela 5, as incertezas obtidas através das avaliações do Tipo B são predominantes, pois apresentam maior contribuição para a incerteza combinada do que aquela proveniente da avaliação do Tipo A (contribuição de 3,35%). Portanto, é esperado que variações nos seus graus de liberdade causem variações significativas na incerteza expandida do mensurando. Em especial, as incertezas $u(l_s)$, que contribui com 62,18% para $u_c(l)$, e $u(\delta\theta)$, que contribui com 27,66% para $u_c(l)$, devem, a princípio, causar variações mais sensíveis na incerteza expandida do mensurando.

De fato, é possível observar que os resultados esperados deste primeiro fator (coeficiente de contribuição) se consolidam na Tabela 4, e os testes que contemplam variações nos graus de liberdade de $u(l_s)$ e de $u(\delta\theta)$ provocam as maiores variações na incerteza expandida (vide os testes 1, 5 e 9). E os testes que contemplam variações nos graus de liberdade das outras incertezas com avaliação do Tipo B, que apresentam comparativamente baixos coeficientes de contribuição (Tabela 5), praticamente não afetam a incerteza expandida (vide os testes 2, 3, 4, 10, 11 e 13).

A sensibilidade diferenciada predita, considerando o segundo fator (qualidade original), é notada quando uma avaliação de incerteza que seja originalmente muito ruim (valor baixo de grau de liberdade, abaixo de 10) é considerada como perfeita, o que corresponde a infinitos graus de liberdade. Esta brusca alteração provoca uma variação maior da incerteza expandida que provocaria a alteração dos graus de liberdade de uma avaliação de incerteza originalmente boa ou excelente (valor de grau de liberdade alto, acima de 30) para graus de liberdade infinitos.

É por causa deste segundo fator que as variações dos graus de liberdade de $u(\delta\theta)$ provocam maiores variações na incerteza expandida que as variações dos graus de liberdade de $u(l_s)$, apesar de o coeficiente de contribuição de $u(l_s)$ (62,18%) ser maior que o dobro do coeficiente de contribuição de $u(\delta\theta)$ (27,66%) (vide os testes 1 e 5). Isto ocorreu porque os graus de liberdade de $u(\delta\theta)$ passam de originalmente 2 para infinitos, o que representa considerar como completamente conhecida uma avaliação de incerteza com 50% de dúvida, de acordo com a Equação (10).

5.2. Segundo Estudo de Caso

Neste estudo de caso, o mensurando conta com três fontes de incerteza, sendo duas obtidas através de avaliação do Tipo B. Como pode ser visto na Tabela 7, uma das incertezas com avaliação do Tipo B ($u(x_2)$) tem maior contribuição para a incerteza combinada que as outras incertezas, sendo por isto considerada predominante. Como este caso hipotético não conta com valores originais de graus de liberdade, o coeficiente de contribuição será o único fator observado para a variação sensivelmente diferenciada dos graus de liberdade efetivos.

Como pode ser observado na Tabela 6, variações nos graus de liberdade da fonte de incerteza do Tipo B não predominante ($u(x_3)$) não provocaram variações consideráveis nos valores dos graus de liberdade efetivos ou da incerteza expandida.

Por outro lado, quando a fonte de incerteza predominante for do Tipo B (como no caso, o é $u(x_2)$), se esta for avaliada grosseiramente, mas seus graus de liberdade forem tomados arbitrariamente como 100 (avaliação excelente), uma variação considerável de 30% para menos seria observada na incerteza expandida.

É notável que a diferença entre uma avaliação excelente ($\nu = 100$) e uma avaliação perfeita ($\nu = \infty$) não produz efeitos consideráveis na incerteza expandida, mesmo para incertezas do Tipo B predominantes:

$$\Delta U\% = \frac{69 - 68}{69} \cdot 100\% = 1,4\%$$

Portanto, é preferível, conceitualmente, tomar os graus de liberdade de uma avaliação de incerteza completamente segura e com máxima qualidade como 100, em detrimento de infinito, pois este último representa o conhecimento completo sobre o sistema, o que é impossível.

6. CONCLUSÕES

É importante determinar os valores dos graus de liberdade em conformidade com o nível do conhecimento sobre a incerteza de medição, principalmente quando as avaliações das incertezas predominantes forem do Tipo B.

Foram também apresentados dois métodos para estimar os graus de liberdade de uma fonte de incerteza. O primeiro deles, apresentado em [1], requer uma estimativa da incerteza na avaliação da incerteza (Equação (10)) e o segundo, sugerido na Tabela 3, é equivalente ao primeiro, mas trata-se de um modo mais prático, restringindo a escolha do avaliador a apenas quatro opções de qualidade desta avaliação.

Mostrou-se que, mesmo para avaliações muito boas de incerteza, mas principalmente para avaliações regulares ou grosseiras, a atribuição dos graus de liberdade como infinitos deve ser evitada. Além de ser conceitualmente inapropriado, atribuir infinitos graus de liberdade a uma fonte de informação conduz a incertezas expandidas mal avaliadas, quando a fonte predominante de incerteza for uma avaliação do Tipo B.

Apesar de ser interessante determinar os graus de liberdade em conformidade com o verdadeiro nível de conhecimento da incerteza, não é necessária grande exatidão nesta determinação, pois a estimativa do fator de abrangência é pouco sensível a pequenas mudanças nos graus de liberdade das fontes de incerteza; inclusive, este alto nível de exatidão seria praticamente inatingível no caso de incertezas com avaliação do Tipo B.

Logo, contanto que os graus de liberdade estejam dentro de uma faixa representativa da qualidade das estimativas das incertezas, a escolha de seu valor não é algo crítico. Ou seja, o avaliador pode adotar, se tem um bom conhecimento sobre uma fonte de incerteza, os graus de liberdade como sendo 30 ou 40, sem grandes alterações no valor final da incerteza expandida; mas nunca poderia estimar, nas mesmas condições, o valor dos graus de liberdade como 100, muito menos como infinito. Contudo, quanto menor é o valor dos graus de liberdade, maior o impacto da sua variação sobre a incerteza expandida.

Para os casos em que uma incerteza com avaliação do Tipo A é predominante, a estimativa dos graus de liberdade de uma avaliação do Tipo B não é importante, pois não afeta sensivelmente os graus de liberdade efetivos, ou seja, não afeta a incerteza expandida.

Em dois estudos de casos evidenciou-se que não é adequado tomar, indiscriminadamente, o valor dos graus de liberdade igual a infinito para as avaliações do Tipo B, pois a avaliação da incerteza expandida fica subavaliada, quando fontes do Tipo B da incerteza são predominantes, e sempre ferem o bom senso.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), FAPESB (Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado da Bahia) e a CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelas bolsas concedidas e ao PROTEC-PEI (Grupo de Pesquisa em Tecnologia e Processo do Programa de Pós-graduação em Engenharia Industrial da UFBA) pelo apoio técnico-científico e pela cessão da infraestrutura necessária ao desenvolvimento da pesquisa.

REFERÊNCIAS

- [1] BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP e OIML. *Evaluation of Measurement Data - Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement* (GUM 1995 with minor corrections). Joint Committee for Guides in Metrology, JCGM 2008:100.
- [2] B. D. Hall, R. Willink, "Does 'Welch-Satterthwaite' make a good uncertainty estimate?", *Metrologia*, vol. 38, pp.9-15, 2001.
- [3] A. Lepek, "A Computer program for a generaç case evaluation of the expanded uncertainty", *Accred. Qual. Assur.*, vol. 8, PP. 296-299, 2003.
- [4] R. E. Bentley, 2005, *Uncertainty in Measurement: The ISO Guide*, Technology transfer series monograph n° 1, National Measurement Institute of Australia.
- [5] M. A. F. Martins, R. Kalid, G. Nery, L. Teixeira, G. Gonçalves, "Comparação entre os métodos linear e não linear para a avaliação da incerteza de medição", *Controle & Automação*, vol. 21 (6), p.557-576, 2010.
- [6] R. Kessel, R. Kacker, M. Berglund, "Coefficient of contribution to the combined standard uncertainty", *Metrologia*, vol. 43 (4), p. S189 – S195, 2006.